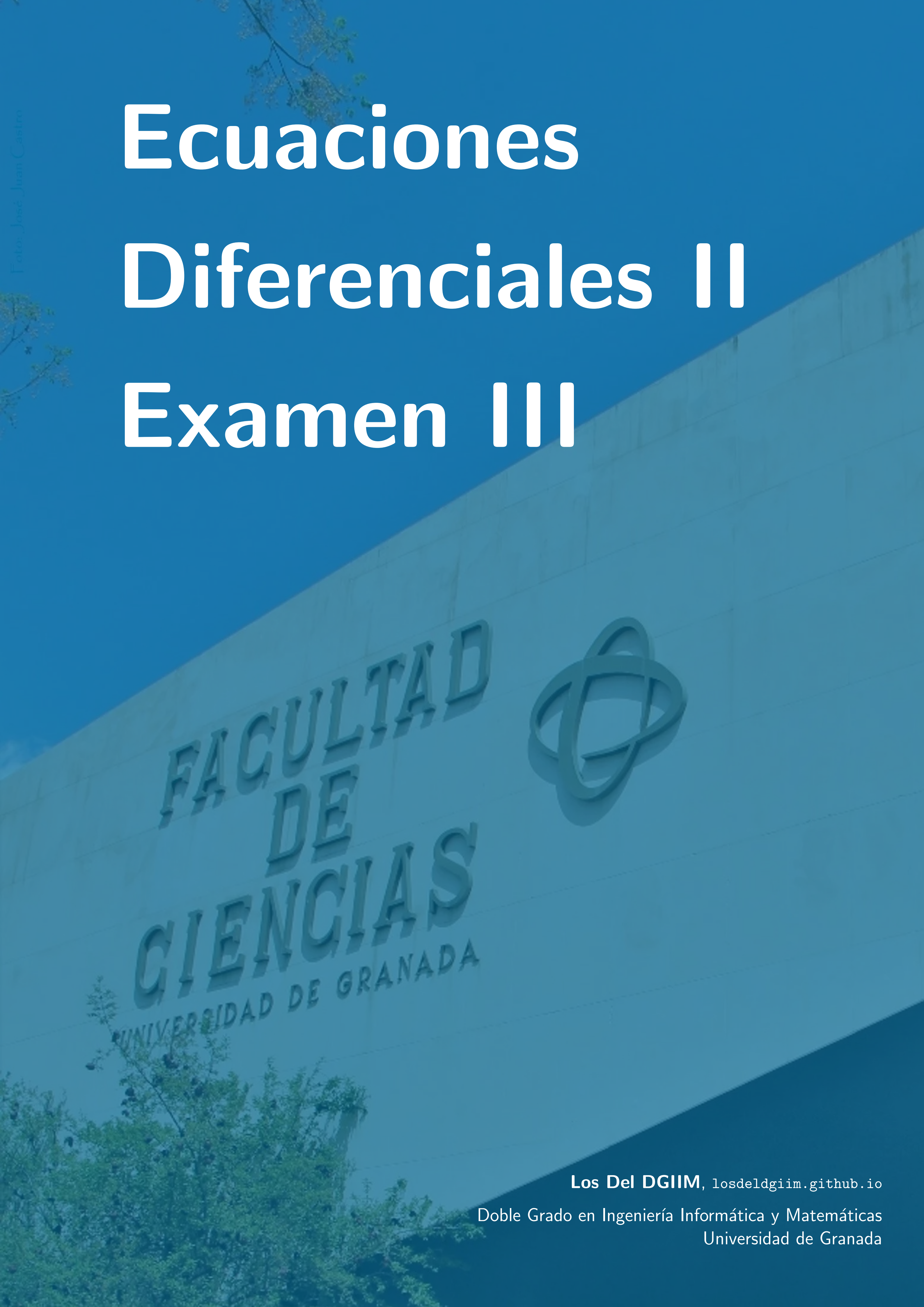

Foto: José Juan Castro

Ecuaciones Diferenciales II Examen III

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Ecuaciones Diferenciales II Examen III

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

David Sánchez Muñoz

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2024/25.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria extraordinaria.

Fecha 11 de julio de 2025.

Ejercicio 1. Se supone dada una sucesión de funciones $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}$ que converge uniformemente en $[0,1]$. Además cada función f_n es continua. ¿Se puede asegurar que la sucesión $\{f_n\}$ es equicontinua?

Ejercicio 2. Demuestra que la solución maximal del problema de Cauchy

$$\dot{x} = \frac{1}{x-1} + e^t, \quad x(0) = 2$$

cumple $\omega = +\infty$.

Ejercicio 3. El campo $X : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^d$ es continuo y se supone que las funciones $\phi :]-\infty, 1] \to \mathbb{R}^d$, $\varphi : [1, +\infty[\to \mathbb{R}^d$ son soluciones de la ecuación $\dot{x} = X(t,x)$. Además $\phi(1) = \varphi(1)$, $\phi(0) = 0$. Prueba que el problema

$$\dot{x} = X(t,x), \quad x(0) = 0$$

admite una solución maximal definida en toda la recta real.

Ejercicio 4. Se considera la ecuación

$$\dot{x} = 2x - 1.$$

Encuentra sus puntos de equilibrio y discute sus propiedades de estabilidad.

Ejercicio 5. Para cada $\varepsilon > 0$ se considera la solución maximal $x_\varepsilon(t)$ del problema

$$\varepsilon \dot{x} = \operatorname{sen}(\varepsilon^2 t)(x-1), \quad x(0) = 2.$$

Calcula, si existe, $\lim_{\varepsilon \to 0^+} x_\varepsilon(32)$.

Ejercicio 6. Demuestra que la ecuación integral

$$x(t) = 7 + \frac{1}{4} \int_{t-1}^{t+1} \cos x(s)\, ds$$

admite a lo sumo una solución continua y acotada $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.